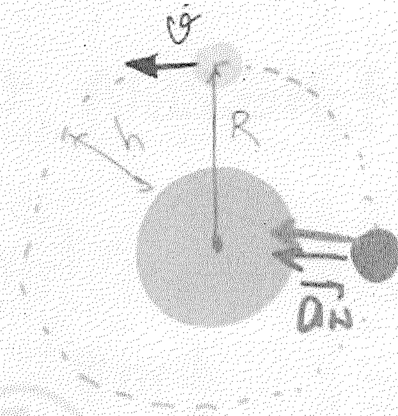
ABIADURA ORBITALA



$$F = ma$$

$$|\vec{F_g}| = G\frac{Mm}{r^2}$$

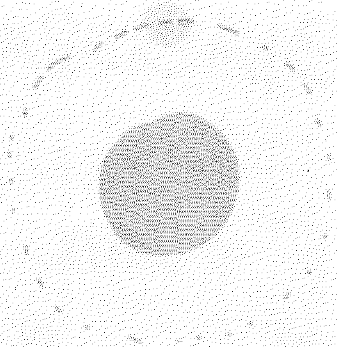
$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

$$F = m \cdot a_r = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{GM}{r} = v^2 \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

ENERGIA ORBITALA



$E_m = E_z + E_p$

$E_z = \frac{1}{2} m v^2$

$E_p = -G \frac{Mm}{r}$

$v_{orbitala} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

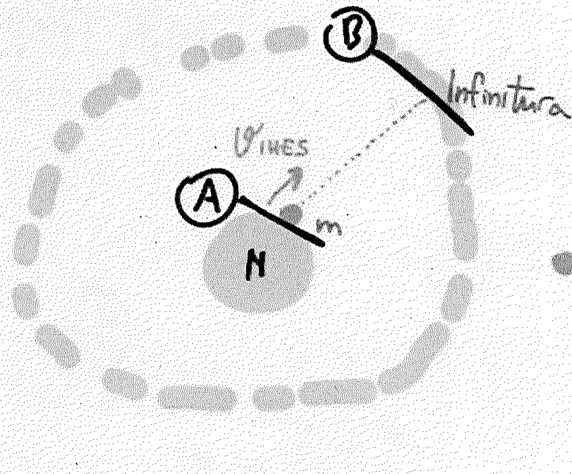
$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{Mm}{r} =$$

$$= \frac{1}{2} m \left(\frac{GM}{r} \right) - G \frac{Mm}{r} =$$

$$= \frac{1}{2} G \frac{Mm}{r} - G \frac{Mm}{r} = G \frac{Mm}{r} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r} = E_{m_{or}}$$

$-1/2$

IHES ABIADURA



$$Em_A = Em_B$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - G\frac{Mm}{r_A} = \frac{1}{2} m v_B^2 - G\frac{Mm}{r_B}$$

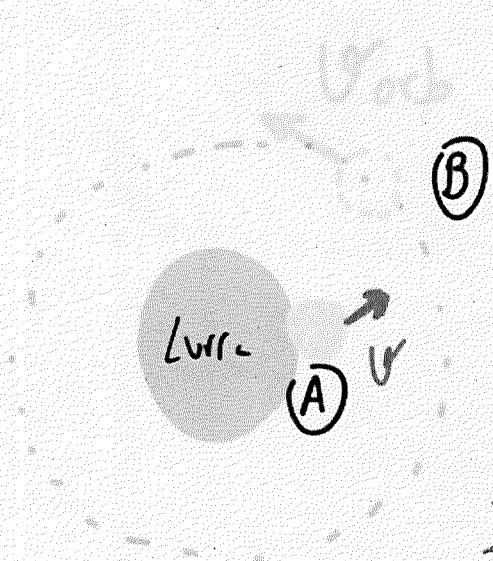
($v_B = 0$, $r_B = \infty$)

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - G\frac{Mm}{r_A} = 0$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 = G\frac{M}{r_A} \Rightarrow v_A^2 = \frac{2GM}{r_A} \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2GM}{r_A}}$$

$$v_{IHES} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

JAURTIKETA ABIADURA



$$\frac{1}{2} v_A^2 - G\frac{M_L}{r_A} = \frac{1}{2}\left(\frac{GM_L}{r_B}\right) - G\frac{M_L}{r_B}$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 - G\frac{M_L}{r_A} = \frac{GM_L}{r_B}\left(\frac{1}{2} - 1\right)$$

$$-1/2$$

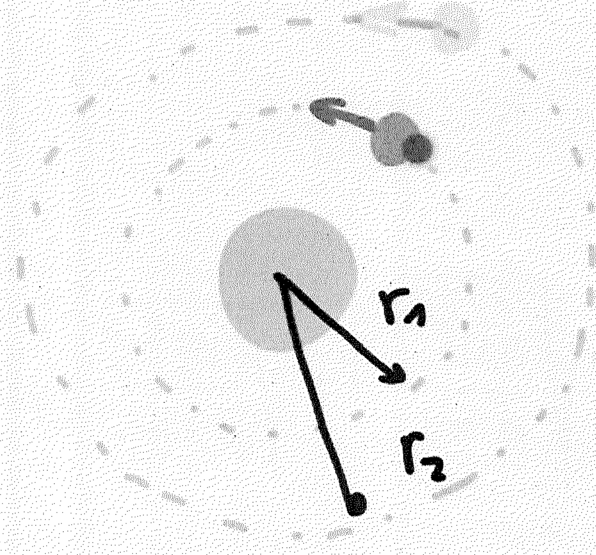
$$\frac{1}{2} v_A^2 = -\frac{1}{2}\frac{GM_L}{r_B} + G\frac{M_L}{r_A}$$

$$v_A^2 = 2\times\left(-\frac{1}{2}\frac{GM_L}{r_B} + G\frac{M_L}{r_A}\right) = -\frac{GM_L}{r_B} + 2G\frac{M_L}{r_A} = 2GM_L\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{2r_B}\right)$$

$r_A = R_L$

$$v_{JAURTIKETA} = \sqrt{2GM_L\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2r}\right)}$$

ORBITA BATETIK BESTERA

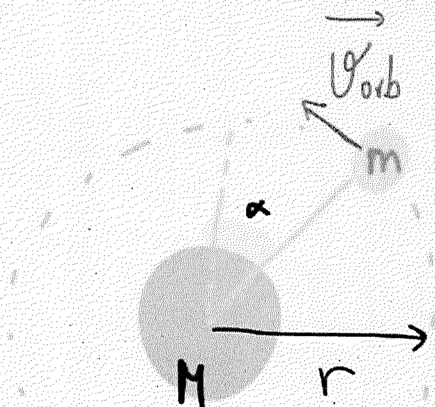


$$\Delta E = E_2 - E_1 \qquad E = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

$$\Delta E = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_2} + \frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_1}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} GMm \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

ORBITA PERIODOA



- $W = v/r$
- $T = \dfrac{2\pi}{v/r} = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}}$

$$= \frac{\sqrt{4\pi^2 r^2}}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^2}{GM/r}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

$T \equiv$ periodoa (segundutan)

- $v_{orb} = \sqrt{\dfrac{GM}{r}}$
- $v = W \cdot r$
- $T = \dfrac{2\pi}{W}$

KEPLERREN 3. LEGEA

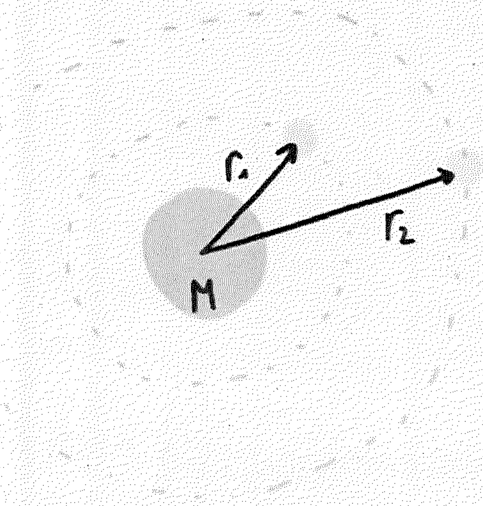
$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$\frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$



98 ekaina

Orbita zirkular ekuatorialean jarri nahi da 50 kg-ko satelite artifizial bat, bere erradioa Lurraren Erradioaren bikoitza delarik. Kalkula bitez:

a) Sateliteari eman beharko zaion energia, eta beraren abiadura orbitala. **$234{,}8.10^7$ J**

b) Behin orbita horretan egonez gero, sateliteari gehitu beharko geniokeen energia Lurraren eremu grabitatorioaren erakarpenetik ihes egin zezan. **$78{,}3.10^7$ J**

98 ekaina

Orbita zirkular ekuatorialean jarri nahi da 50 kg-ko satelite artifizial bat, bere erradioa Lurraren Erradioaren bikoitza delarik. Kalkula bitez:

a) Sateliteari eman beharko zaion energia, eta beraren abiadura orbitala. **234,8.10^{7} J**

b) Behin orbita horretan egonez gero, sateliteari gehitu beharko geniokeen energia Lurraren eremu grabitatorioaren erakarpenetik ihes egin zezan. **78,3.10^{7} J**

DATUAK

$m = 50\,kg$

$M_L = 6 \times 10^{24}\,kg$

$R_L = 6{,}37 \times 10^{6}\,m$

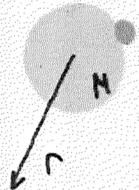
$r = 2R_L = 12{,}74 \times 10^{6}\,m$

JAURTIKETA ABIADURA

$$v_j = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2r}\right)} = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{4R_L}\right)} = \sqrt{2GM\frac{(4R_L - R_L)}{4R_L^2}} =$$

$$= \sqrt{2GM\frac{3R_L}{4R_L^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{GM}{R_L}} = \sqrt{\frac{3}{2}\cdot\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 6\times10^{24}}{6{,}37\times10^{6}}} =$$

$$= \sqrt{9{,}42\times10^{7}} = 9705 = 9{,}7\times10^{3}\,\frac{m}{s} = v_{jaurtiketa}$$



98 ekaina

Orbita zirkular ekuatorialean jarri nahi da 50 kg-ko satelite artifizial bat, bere erradioa Lurraren Erradioaren bikoitza delarik. Kalkula bitez:

a) Sateliteari eman beharko zaion energia, eta beraren abiadura orbitala. **234,8.10⁷ J**

b) Behin orbita horretan egonez gero, sateliteari gehitu beharko geniokeen energia Lurraren eremu grabitatorioaren erakarpenetik ihes egin zezan. **78,3.10⁷ J**

DATUAK

$m = 50 Kg$

$M_L = 6 \times 10^{24} Kg$

$R_L = 6{,}37 \times 10^6 m$

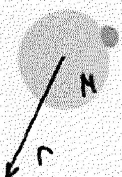
$r = 2R_L = 12{,}74 \times 10^6 m$

JAURTIKETA ABIADURA

$$v_j = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2r}\right)} = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{4R_L}\right)} = \sqrt{2GM\frac{(4R_L - R_L)}{4R_L^2}} =$$

$$= \sqrt{2GM\frac{3R_L}{4R_L^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{GM}{R_L}} = \sqrt{\frac{3}{2}\cdot\frac{6{,}67\times10^{-11}\cdot 6\times10^{24}}{6{,}37\times10^6}} =$$

$$= \sqrt{9{,}42\times10^7} = 9705 = 9{,}7\times10^3 \frac{m}{s} = v_{jaurtiketa}$$



$$E_{T_{jaurt}} = \frac{1}{2}m v_j^2 = \frac{1}{2}\cdot 50\cdot(9{,}7\times10^3)^2 = 235{,}5\times10^7 = 2{,}35\times10^9 J$$

98 ekaina

Orbita zirkular ekuatorialean jarri nahi da 50 kg-ko satelite artifizial bat, bere erradioa Lurraren Erradioaren bikoitza delarik. Kalkula bitez:

a) Sateliteari eman beharko zaion energia, eta beraren abiadura orbitala. **234,8.10⁷ J**

b) Behin orbita horretan egonez gero, sateliteari gehitu beharko geniokeen energia Lurraren eremu grabitatorioaren erakarpenetik ihes egin zezan. **78,3.10⁷ J**

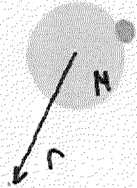
DATUAK

$m = 50\,Kg$

$M_L = 6 \times 10^{24}\,Kg$

$R_L = 6{,}37 \times 10^6\,m$

$r = 2R_L = 12{,}74 \times 10^6\,m$



JAURTIKETA ABIADURA

$$v_j = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2r}\right)} = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{4R_L}\right)} = \sqrt{2GM\frac{(4R_L - R_L)}{4R_L^2}} =$$

$$= \sqrt{2GM\frac{3R_L}{4R_L^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{GM}{R_L}} = \sqrt{\frac{3}{2}\cdot\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \cdot 6 \times 10^{24}}{6{,}37 \times 10^6}} =$$

$$= \sqrt{9{,}42 \times 10^7} = 9705 = 9{,}7 \times 10^3\,\frac{m}{s} = v_{jaurtiketa}$$

$$E_{T_{jaurt}} = \frac{1}{2} m v_j^2 = \frac{1}{2}\cdot 50 \cdot (9{,}7 \times 10^3)^2 = 235{,}5 \times 10^7 = 2{,}35 \times 10^9\,J$$

98 ekaina

Orbita zirkular ekuatorialean jarri nahi da 50 kg-ko satelite artifizial bat, bere erradioa Lurraren Erradioaren bikoitza delarik. Kalkula bitez:

a) Sateliteari eman beharko zaion energia, eta beraren abiadura orbitala. **234,8.10^7 J**

b) Behin orbita horretan egonez gero, sateliteari gehitu beharko geniokeen energia Lurraren eremu grabitatorioaren erakarpenetik ihes egin zezan. **78,3.10^7 J**

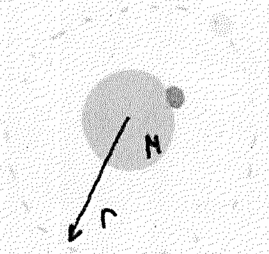
DATUAK

$m = 50 Kg$

$M_L = 6 \times 10^{24} Kg$

$R_L = 6,37 \times 10^6 m$

$r = 2R_L = 12,74 \times 10^6 m$



98 ekaina

Orbita zirkular ekuatorialean jarri nahi da 50 kg-ko satelite artifizial bat, bere erradioa Lurraren Erradioaren bikoitza delarik. Kalkula bitez:

a) Sateliteari eman beharko zaion energia, eta beraren abiadura orbitala. **234,8.10⁷ J**

b) Behin orbita horretan egonez gero, sateliteari gehitu beharko geniokeen energia Lurraren eremu grabitatorioaren erakarpenetik ihes egin zezan. **78,3.10⁷ J**

DATUAK

$m = 50 kg$

$M_L = 6 \times 10^{24} kg$

$R_L = 6,37 \times 10^6 m$

$r = 2R_L = 12,74 \times 10^6 m$

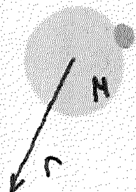
ENERGIA ORBITALA

$$Em_{orb} = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r} = -\frac{1}{2} 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 50 kg}{12,74 \times 10^6} =$$

$$= -78,53 \times 10^7 J$$

Infinituan $\Rightarrow Em_\infty = -G \frac{Mm}{r_\infty} + \frac{1}{2} m v_\infty^2 = 0$ (crossed-out terms marked 0)

$$\Delta E = E_\infty - E_{orb} = 0 - (-78,53 \cdot 10^7) = 78,53 \cdot 10^3$$



98 iraila

Astronauta bat, $2R_L$ erradiodun orbita zirkularra osatzen ari den satelite batean aurkitzen da, eta aldiune batean, Lurrarekiko 40 m/s-ko abiaduraz dihoan 20 kg-ko objektu bat ikusten du pasatzen, Lurrarekin talka egiteko ibilbidea daramalarik. Kalkula bitez:

a) Objektuaren abiadura Lurrera heltzean. **7913,15 m/s**

b) Satelitearen abiadura eta azelerazioa bere orbitan. **5595,37 m/s; 2,46 m/s^2**

DATUAK

$m = 20 kg$

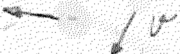
$M_L = 6 \times 10^{24}$ kg

$R_L = 6{,}37 \times 10^6$ m

$r = 2R_L = 12{,}74 \times 10^6$ m

$v = 40$ m/s

v_{ob} v



Ⓑ Ⓐ

(a) ABIADURA TALKA EGITEAN

$$E_{mA} = E_{mB} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 - G\frac{Mm}{r_A} = \frac{1}{2} m v_B^2 - G\frac{Mm}{r_B}$$

($r_A = R_L$, $r_B = 2R_L$, $v_B = 40$)

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 - G\frac{Mm}{2R_L} + G\frac{Mm}{R_L}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 40^2 - 6{,}67 \times 10^{-11} \cdot \frac{6 \times 10^{24}}{12{,}74 \times 10^6} + 6{,}67 \times 10^{-11} \cdot \frac{6 \times 10^{24}}{6{,}37 \times 10^6}$$

$$= 800 - 3{,}14 \times 10^7 + 6{,}28 \times 10^7 = 3{,}14 \times 10^7 + 800$$

$$v_A^2 = 2 \times 31400800 \rightarrow v_A = 7924{,}75 = 7{,}92 \times N$$

98 iraila

Astronauta bat, $2R_L$ erradiodun orbita zirkularra osatzen ari den satelite batean aurkitzen da, eta aldiune batean, Lurrarekiko 40 m/s-ko abiaduraz dihoan 20 kg-ko objektu bat ikusten du pasatzen, Lurrarekin talka egiteko ibilbidea daramalarik. Kalkula bitez:

a) Objektuaren abiadura Lurrera heltzean. **7913,15 m/s**

b) Satelitearen abiadura eta azelerazioa bere orbitan. **5595,37 m/s; 2,46 m/s²**

DATUAK

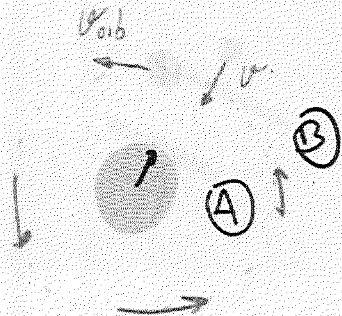
$m = 20\,kg$

$M_L = 6 \times 10^{24}\,kg$

$R_L = 6,37 \times 10^{6}\,m$

$r = 2R_L = 12,74 \times 10^{6}\,m$

$v = 40\,m/s$



b) ABIADURA ORBITALA + AZELERAZIO ORBITALA

$$v_{ob} = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 6 \times 10^{24}}{12,74 \times 10^{6}}} = 5,6 \times 10^{3}\,\frac{m}{s} = v_{orb}$$

$$\vec{a} = \vec{a_T} + \vec{a_N} \qquad a_N = \frac{v^2}{r}$$

$$a_N = \frac{(5,6 \times 10^{3})^2}{12,74 \times 10^{6}} = 2,46\,\frac{m}{s^2} = a_{orbita}$$

99 ekaina

Lurraren erradioa 6370 km ingurukoa da. 20 kg-ko masa bat Lurraren gainazaletik 300 km-ra altxatzen baldin badugu:

a) Zein da objektuaren pisua altuera horretara? **179 N**
b) Zein izango da beraren energia potentzialaren aldaketa? **5,63.10⁷ J**
c) Objektua altuera horretatik erortzen uzten baldin badugu, zein abiaduraz helduko da Lurraren gainazalera? **2372,76 m/s**

DATUAK

$m = 20\,kg$

$R_L = 6{,}37 \times 10^6\,m$

$M_L = 6 \times 10^{24}\,kg$

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,N\frac{m^2}{kg^2}$

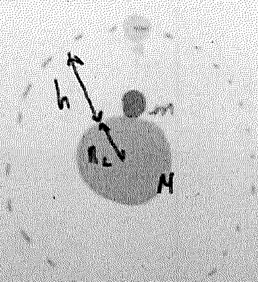
$h = 300\,km = 3 \times 10^5\,m$

$R_L + h = 6{,}67 \times 10^6\,m$

(a) PISUA

$$P = F_g = G\frac{Mm}{r^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \cdot \frac{6 \times 10^{24} \cdot 20}{(6{,}67 \times 10^6)^2} = 17{,}99 \times 10 =$$

$$= 179{,}9\,N$$



Pantaila osoko modua ez dago erabilgarri. Lortu informazio gehiago

99 ekaina

Lurraren erradioa 6370 km ingurukoa da. 20 kg-ko masa bat Lurraren gainazaletik 300 km-ra altxatzen baldin badugu:

a) Zein da objektuaren pisua altuera horretara? **179 N**

b) Zein izango da beraren energia potentzialaren aldaketa? **5,63.10[7] J**

c) Objektua altuera horretatik erortzen uzten baldin badugu, zein abiaduraz helduko da Lurraren gainazalera? **2372,76 m/s**

DATUAK

$m = 20\,kg$

$R_L = 6{,}37 \times 10^6\,m$

$M_L = 6 \times 10^{24}\,kg$

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,N\frac{m^2}{kg^2}$

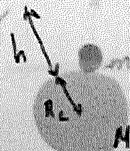
$h = 300\,km = 3 \times 10^5\,m$

$R_L + h = 6{,}67 \times 10^6\,m$

1b) $\Delta E_p = E_{pB} - E_{pA}$

$$-G\frac{Mm}{r_B} - \left(-G\frac{Mm}{r_A}\right) =$$

$r_B = 6{,}67 \times 10^6 \quad r_A = 6{,}37 \times 10^6$



$$= -6{,}67 \times 10^{-11}\frac{6 \times 10^{24} \cdot 20}{6{,}67 \times 10^6} + 6{,}67 \times 10^{-11}\frac{6 \times 10^{24} \cdot 20}{6{,}37 \times 10^6}$$

$$= -120 \times 10^7 + 125{,}65 \times 10^7 = 5{,}65 \times 10^7 = \Delta E_p$$

Pantaila osoko modua ez dago erabilgarri. Lortu informazio gehiago

99 ekaina

Lurraren erradioa 6370 km ingurukoa da. 20 kg-ko masa bat Lurraren gainazaletik 300 km-ra altxatzen baldin badugu:

a) Zein da objektuaren pisua altuera horretara? **179 N**
b) Zein izango da beraren energia potentzialaren aldaketa? **5,63.10⁷ J**
c) Objektua altuera horretatik erortzen uzten baldin badugu, zein abiaduraz helduko da Lurraren gainazalera? **2372,76 m/s**

DATUAK

$m = 20\,kg$

$R_L = 6{,}37 \times 10^6\,m$

$M_L = 6 \times 10^{24}\,kg$

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,N\frac{m^2}{kg^2}$

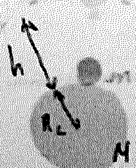
$h = 300\,km = 3 \times 10^5\,m$

$R_L + h = 6{,}67 \times 10^6\,m$

(c) EROROKETA ASKEA

$$E_{mB} = E_{mA} \rightarrow -G\frac{Mm}{r_B} + \frac{1}{2}m v_B^2 = -G\frac{Mm}{r_A} + \frac{1}{2}m v_A^2$$

($v_B = 0$; E_{pB}, E_{pA})



(B)

(A)

$$E_{pB} - E_{pA} = \frac{1}{2}m v_A^2$$

$$5{,}65 \times 10^7 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot v_A^2 \rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}65 \times 10^7}{20}}$$

$$v_A = 2{,}37 \times 10^3\,m/s$$

Pantaila osoko modua ez dago erabilgarri. Lortu informazio gehiago

03 uztaila

1000 kg-ko satelite artifizial batek, orbita zirkular bat deskribatzen du Lurraren inguruan, bere gainazalaren gainetik 6000 km-ra.

a) Zenbatekoa da orbita horretaraino eramateko behar izan dugun energía txikiena, Lurraren gainazaleko puntu batetik abiatuz? **$4{,}5.10^{10}$ J**

b) Zenbatekoa da satelitearen abiadura lineala? **5678,435 m/s**

c) Zenbatekoa da satelitearen Lurraren inguruko biraketa-periodoa? **13687,4 s**

DATUAK

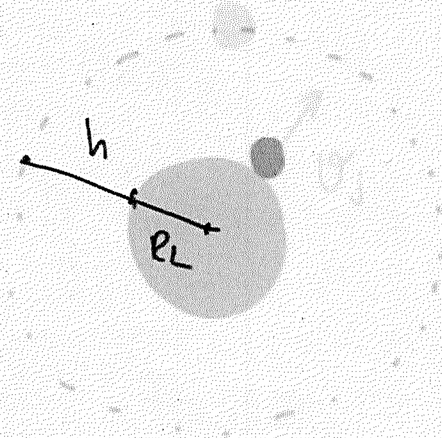
$m = 10^3$ Kg

$M_L = 6 \times 10^{24}$ Kg

$R_L = 6{,}37 \times 10^6$ m

$h = 6 \times 10^6$ m

$R_L + h = 12{,}37 \times 10^6$ m



03 uztaila

1000 kg-ko satelite artifizial batek, orbita zirkular bat deskribatzen du Lurraren inguruan, bere gainazalaren gainetik 6000 km-ra.

a) Zenbatekoa da orbita horretaraino eramateko behar izan dugun energía txikiena, Lurraren gainazaleko puntu batetik abiatuz? **4,5.10^{10} J**

b) Zenbatekoa da satelitearen abiadura lineala? **5678,435 m/s**

c) Zenbatekoa da satelitearen Lurraren inguruko biraketa-periodoa? **13687,4 s**

DATUAK

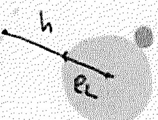
$m = 10^3$ kg

$M_L = 6 \times 10^{24}$ Kg

$R_L = 6,37 \times 10^6$ m

$h = 6 \times 10^6$ m

$R_L + h = 12,37 \times 10^6$ m



JAURTIKETA ENERGIA

$$v_j = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2r}\right)} \quad \text{eta} \quad Ez_j = \frac{1}{2} m v_j^2$$

$$Ez_j = GMm\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2r}\right) = 6,67 \times 10^{-11} \cdot 6 \times 10^{24} \cdot 10^3 \left(\frac{1}{6,37 \times 10^6} - \frac{1}{2 \cdot 12,37 \times 10^6}\right)$$

$$= 40,02 \times 10^{16} \left(\frac{24,74 \times 10^6 - 6,37 \times 10^6}{157 \times 10^{12}}\right) = 40,02 \times 10^{16} \; \frac{18,37 \times 10^6}{157 \times 10^{12}} =$$

$$= 4,68 \times 10^{10} \text{ J} = Ez_j$$

03 uztaila

1000 kg-ko satelite artifizial batek, orbita zirkular bat deskribatzen du Lurraren inguruan, bere gainazalaren gainetik 6000 km-ra.

a) Zenbatekoa da orbita horretaraino eramateko behar izan dugun energía txikiena, Lurraren gainazaleko puntu batetik abiatuz? **4,5.10^{10} J**

b) Zenbatekoa da satelitearen abiadura lineala? **5678,435 m/s**

c) Zenbatekoa da satelitearen Lurraren inguruko biraketa-periodoa? **13687,4 s**

DATUAK

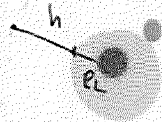
$m = 10^3$ kg

$M_L = 6 \times 10^{24}$ Kg

$R_L = 6,37 \times 10^6$ m

$h = 6 \times 10^6$ m

$R_L + h = 12,37 \times 10^6$ m



(b) ABIADURA ORBITALA

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 6 \times 10^{24}}{12,37 \times 10^6}} = \sqrt{3,24 \times 10^7} =$$

$$= 5,69 \times 10^3 \text{ m/s} = v_{orb}$$

03 uztaila

1000 kg-ko satelite artifizial batek, orbita zirkular bat deskribatzen du Lurraren inguruan, bere gainazalaren gainetik 6000 km-ra.

a) Zenbatekoa da orbita horretaraino eramateko behar izan dugun energía txikiena, Lurraren gainazaleko puntu batetik abiatuz? **$4{,}5.10^{10}$ J**

b) Zenbatekoa da satelitearen abiadura lineala? **5678,435 m/s**

c) Zenbatekoa da satelitearen Lurraren inguruko biraketa-periodoa? **13687,4 s**

DATUAK

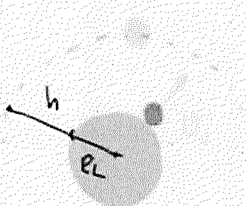
$m = 10^3$ kg

$M_L = 6 \times 10^{24}$ Kg

$R_L = 6{,}37 \times 10^6$ m

$h = 6 \times 10^6$ m

$R_L + h = 12{,}37 \times 10^6$ m



(c) BIRAKETA PERIODOA

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G M_L}} = \sqrt{\frac{4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot (12{,}37 \times 10^6)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \cdot 6 \times 10^{24}}} =$$

$$= \sqrt{1865{,}31 \times 10^5} = 13657{,}63 = 1{,}37 \times 10^4 \text{ s}$$

03 uztaila

1000 kg-ko satelite artifizial batek, orbita zirkular bat deskribatzen du Lurraren inguruan, bere gainazalaren gainetik 6000 km-ra.

a) Zenbatekoa da orbita horretaraino eramateko behar izan dugun energía txikiena, Lurraren gainazaleko puntu batetik abiatuz? **$4{,}5.10^{10}$ J**

b) Zenbatekoa da satelitearen abiadura lineala? **5678,435 m/s**

c) Zenbatekoa da satelitearen Lurraren inguruko biraketa-periodoa? **13687,4 s**

DATUAK

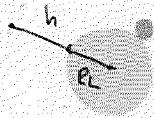
$m = 10^3$ Kg

$M_L = 6 \times 10^{24}$ Kg

$R_L = 6{,}37 \times 10^6$ m

$h = 6 \times 10^6$ m

$R_L + h = 12{,}37 \times 10^6$ m



(c) BIRAKETA PERIODOA

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G M_L}} = \sqrt{\frac{4 (3{,}14)^2 \cdot (12{,}37 \times 10^6)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \cdot 6 \times 10^{24}}} =$$

$$= \sqrt{1865{,}31 \times 10^5} = 13657{,}63 = 1{,}37 \times 10^4 \text{ s}$$

04 uztaila

Gorputz bat, itsasoaren gainazaletik 500 km-ko altueraraino eramaten da kohete baten bitartez.

a) Zein da Lurrak sorturiko eremu grabitatorioaren intentsitatea altuera horretan? **8,45 N/kg**

b) Posizio horretatik, zenbateko abiaduraz jaurtiki beharko genuke gorputz hori, Lurraren norabide erradialarekiko norabide perpendikular batean, orbita zirkular bat deskriba dezan? **7619,65 m/s**

c) Zein izango litzateke gorputz horren biraketa-periodoa Lurraren inguruko orbita horretan? **5665,02**

d) Gorputzaren masa 100 kg-koa bada, zenbatekoa da bere energia mekanikoa? **$-2,82.10^9$ J**

DATUAK

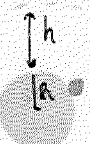
$m = 100 kg$

$M_L = 6 \times 10^{24} kg$

$R_L = 6,37 \times 10^6 m$

$h = 500 km = 5 \times 10^5 m$

$r = R_L + h = 6,87 \times 10^6 m$



a) GRABITATEAREN INTENTSITATEA

$$|\vec{g}| = g = G \frac{M}{r^2} = 6,67 \times 10^{-11} \cdot \frac{6 \times 10^{24}}{(6,87 \times 10^6)^2} = 0,81 \times 10^1 =$$

$$= 8,1 \, N/kg = g$$

04 uztaila

Gorputz bat, itsasoaren gainazaletik 500 km-ko altueraraino eramaten da kohete baten bitartez.

a) Zein da Lurrak sorturiko eremu grabitatorioaren intentsitatea altuera horretan? **8,45 N/kg**

b) Posizio horretatik, zenbateko abiaduraz jaurtiki beharko genuke gorputz hori, Lurraren norabide erradialarekiko norabide perpendikular batean, orbita zirkular bat deskriba dezan? **7619,65 m/s**

c) Zein izango litzateke gorputz horren biraketa-periodoa Lurraren inguruko orbita horretan? **5665,02**

d) Gorputzaren masa 100 kg-koa bada, zenbatekoa da bere energia mekanikoa? **–2,82.10⁹ J**

DATUAK

$m = 100 kg$

$M_L = 6 \times 10^{24} kg$

$R_L = 6,37 \times 10^6 m$

$h = 500 km = 5 \times 10^5 m$

$r = R_L + h = 6,87 \times 10^6 m$

(b) ABIADURA ORBITALA

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 6 \times 10^{24}}{6,87 \times 10^6}} = \sqrt{5,83 \times 10^7} =$$

$$= 7635 = 7,64 \times 10^3 m/s = v_{orb}$$

04 uztaila

Gorputz bat, itsasoaren gainazaletik 500 km-ko altuerarano eramaten da kohete baten bitartez.

a) Zein da Lurrak sorturiko eremu grabitatorioaren intentsitatea altuera horretan? **8,45 N/kg**

b) Posizio horretatik, zenbateko abiaduraz jaurtiki beharko genuke gorputz hori, Lurraren norabide erradialarekiko norabide perpendikular batean, orbita zirkular bat deskriba dezan? **7619,65 m/s**

c) Zein izango litzateke gorputz horren biraketa-periodoa Lurraren inguruko orbita horretan? **5665,02**

d) Gorputzaren masa 100 kg-koa bada, zenbatekoa da bere energia mekanikoa? **$-2,82.10^9$ J**

DATUAK

$m = 100 \text{ kg}$

$M_L = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

$R_L = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$

$h = 500 \text{ km} = 5 \times 10^5 \text{ m}$

$r = R_L + h = 6,87 \times 10^6 \text{ m}$

(c) BIRAKETA PERIODOA

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \quad \text{edo} \quad T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,87 \times 10^6}{7,64 \times 10^3} = 5,65 \times 10^3 \text{ segundo} = T$$

$7,64 \times 10^3 \text{ m/s} = v_{orb}$

04 uztaila

Gorputz bat, itsasoaren gainazaletik 500 km-ko altueraraino eramaten da kohete baten bitartez.

a) Zein da Lurrak sorturiko eremu grabitatorioaren intentsitatea altuera horretan? **8,45 N/kg**

b) Posizio horretatik, zenbateko abiaduraz jaurtiki beharko genuke gorputz hori, Lurraren norabide erradialarekiko norabide perpendikular batean, orbita zirkular bat deskriba dezan? **7619,65 m/s**

c) Zein izango litzateke gorputz horren biraketa-periodoa Lurraren inguruko orbita horretan? **5665,02**

d) Gorputzaren masa 100 kg-koa bada, zenbatekoa da bere energia mekanikoa? **–2,82.10^9 J**

DATUAK

$m = 100\,kg$

$M_L = 6 \times 10^{24}\,kg$

$R_L = 6{,}37 \times 10^6\,m$

$h = 500\,km = 5 \times 10^5\,m$

$r = R_L + h = 6{,}87 \times 10^6\,m$

(d) ENERGIA ORBITALA

$$E_{m_{orbitala}} = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r} = -\frac{1}{2} 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{6 \times 10^{24} \cdot 10^2}{6{,}87 \times 10^6} =$$

$$= -2{,}91 \times 10^9\,J = E_{m_{orb}}$$

05 uztaila

El Mac entrará en reposo en breve si no lo conectas a una toma de corriente.

Umbriel-ek (Urano-ten satelite bat) $R_1 = 267 \times 10^6$ m-ko erradioko orbita ia-ia zirkularra deskribatzen du, eta bere biraketa-periodoak $3{,}58 \times 10^5$ s balio du. Oberon (Urano-ren beste satelite bat), hau ere $R_2 = 586 \times 10^6$ m-ko erradioko orbita zirkularrean ari da biraka.

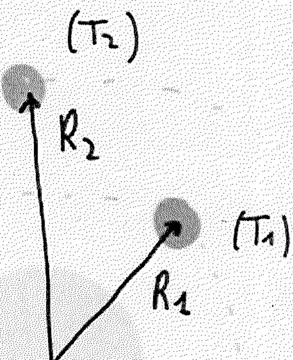
a) Kakulatu Urano-ren masa. **$8{,}79 \cdot 10^{25}$ kg**

b) Kalkulatu Oberon-en biraketa-periodoa. **323,34 h**

Grabitazio unibertsalaren konstantea: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 / kg²

DATUAK

Umbriel	Oberon
$R_1 = 2{,}67 \times 10^8$ m	$R_2 = 5{,}86 \times 10^8$ m
$T_1 = 3{,}58 \times 10^5$ s	$T_2 = ?$



05 uztaila

Umbriel-ek (Urano-ten satelite bat) R_1 = 267 x 10^6 m-ko erradioko orbita ia-ia zirkularra deskribatzen du, eta bere biraketa-periodoak 3,58 x 10^5 s balio du. Oberon (Urano-ren beste satelite bat), hau ere R_2 = 586 x 10^6 m-ko erradioko orbita zirkularrean ari da biraka.

a) Kakulatu Urano-ren masa. **8,79.10^25 kg**

b) Kalkulatu Oberon-en biraketa-periodoa. **323,34 h**

Grabitazio unibertsalaren konstantea: G = 6,67 x 10^{-11} N m^2 / kg^2

DATUAK

Umbriel

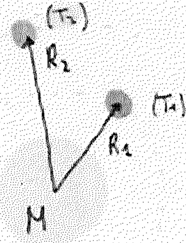
$R_1 = 2{,}67 \times 10^8$ m

$T_1 = 3{,}58 \times 10^5$ s

Oberon

$R_2 = 5{,}86 \times 10^8$ m

$T_2 = ?$



(a) BIRAKETA PERIODOA

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \Rightarrow T^2 \cdot M = \frac{4\pi^2 r^3}{G}$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2} = \frac{4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot (2{,}67 \times 10^8)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \cdot (3{,}58 \times 10^5)^2} =$$

$$= 8{,}76 \times 10^{25} \text{ Kg} = M_{urano}$$

05 uztaila

Umbriel-ek (Urano-ten satelite bat) $R_1 = 267 \times 10^6$ m-ko erradioko orbita ia-ia zirkularra deskribatzen du, eta bere biraketa-periodoak $3{,}58 \times 10^5$ s balio du. Oberon (Urano-ren beste satelite bat), hau ere $R_2 = 586 \times 10^6$ m-ko erradioko orbita zirkularrean ari da biraka.

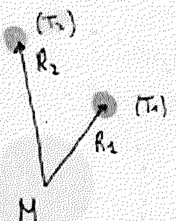
a) Kakulatu Urano-ren masa. **8,79.10^25 kg**

b) Kalkulatu Oberon-en biraketa-periodoa. **323,34 h**

Grabitazio unibertsalaren konstantea: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m² / kg²

DATUAK

Umbriel	Oberon
$R_1 = 2{,}67 \times 10^8$ m	$R_2 = 5{,}86 \times 10^8$ m
$T_1 = 3{,}58 \times 10^5$ s	$T_2 = ?$



b) KEPLERREN 3. LEGEA

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \Rightarrow T_2^2 = T_1^2 \cdot \frac{R_2^3}{R_1^3}$$

$$T_2 = \sqrt{T_1^2 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3} = \sqrt{(3{,}58 \times 10^5)^2 \cdot \left(\frac{5{,}86 \times 10^8}{2{,}67 \times 10^8}\right)^3} =$$

$$= \sqrt{135{,}47 \times 10^{10}} = 11{,}64 \times 10^5 \text{ segundo}$$

$\hookrightarrow$ 323,33 h = T

07 uztaila

Lehenengo hurbilketa batean, Eguzki-sistemako lehenengo lau planetek Eguzkiraino dituzten distantzien arteko erlazioak oso errazak dita. Orbita hauek zirkulartzat hartuz, eta R bada Merkurioren orbitaren erradioa, beste hiru planeten erradioak hurrengoak dira: Artizarrarena, 2R; Lurrarena, 3R, eta Marterena, 4R. Planeten higidurarako Keplerren hirugarren legeak halaxe dio: Eguzkiaren inguruko orbitan dabilen planeta baten periodoaren berbidura eta orbita horren erradioaren kuboa elkarren proportzionalak dira, $T^2 = E R^3$ Lurraren periodoa ezagutzen badugu, kalkulatu:

a) beste planeten periodoak (egun lurtarretan) **70,24 egun; 198,14; 561,95**

b) proprotzionaltasun konstantea, E, **1,022 x 10^{-9} s^2/m^3**

c) nola aldatuko lirateke periodo hauek Eguzkiaren masa 4 aldiz handiagoa izango balitz? **Denak erdira**

DATUAK

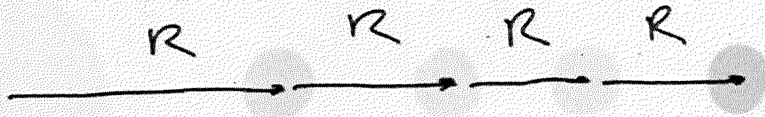
$r_{MERK} = R$

$r_{ART} = 2R$

$r_{LUR} = 3R$

$r_{MART} = 4R$

$T_{LUR} = 365$ egun



07 uztaila

Lehenengo hurbilketa batean, Eguzki-sistemako lehenengo lau planetek Eguzkiraino dituzten distantzien arteko erlazioak oso errazak dita. Orbita hauek zirkulartzat hartuz, eta R bada Merkurioren orbitaren erradioa, beste hiru planeten erradioak hurrengoak dira: Artizarrarena, 2R; Lurrarena, 3R, eta Marterena, 4R. Planeten higidurarako Keplerren hirugarren legeak halaxe dio: Eguzkiaren inguruko orbitan dabilen planeta baten periodoaren berbidura eta orbita horren erradioaren kuboa elkarren proportzionalak dira, $T^2 = E\,R^3$ Lurraren periodoa ezagutzen badugu, kalkulatu:

a) beste planeten periodoak (egun lurtarretan) **70,24 egun; 198,14; 561,95**

b) proprotzionaltasun konstantea, *E*, **1,022 x 10^{-9} s²/m³**

c) nola aldatuko lirateke periodo hauek Eguzkiaren masa 4 aldiz handiagoa izango balitz? **Denak erdira**

DATUAK

$r_{MERK} = R$

$r_{ART} = 2R$

$r_{LURR} = 3R$

$r_{MART} = 4R$

$T_{LURR} = 365$ egun

(a) KEPLERREN 3. LEGEA $\dfrac{T_1^2}{R_1^3} = \dfrac{T_2^2}{R_2^3}$

MERKURIO: $\dfrac{T_L^2}{R_L^2} = \dfrac{T_M^2}{R_M^3} \longrightarrow T_M^2 = T_L^2 \cdot \left(\dfrac{R_M}{R_L}\right)^3 \Rightarrow T_M = T_L \left(\dfrac{R_M}{R_L}\right)^{3/2}$

$T_M = 365 \cdot \left(\dfrac{R}{3R}\right)^{3/2} = 365 \left(\dfrac{1}{3}\right)^{3/2} = 70{,}24$ egun

R R R R

(R) (2R) (3R) (4R)

365,5

07 uztaila

Lehenengo hurbilketa batean, Eguzki-sistemako lehenengo lau planetek Eguzkiraino dituzten distantzien arteko erlazioak oso errazak dita. Orbita hauek zirkulartzat hartuz, eta R bada Merkurioren orbitaren erradioa, beste hiru planeten erradioak hurrengoak dira: Artizarrarena, 2R; Lurrarena, 3R, eta Marterena, 4R. Planeten higidurarako Keplerren hirugarren legeak halaxe dio: Eguzkiaren inguruko orbitan dabilen planeta baten periodoaren berbidura eta orbita horren erradioaren kuboa elkarren proportzionalak dira, $T^2 = E\,R^3$ Lurraren periodoa ezagutzen badugu, kalkulatu:

a) beste planeten periodoak (egun lurtarretan) **70,24 egun; 198,14; 561,95**

b) proprotzionaltasun konstantea, *E*, **1,022 x 10^{-9} s²/m³**

c) nola aldatuko lirateke periodo hauek Eguzkiaren masa 4 aldiz handiagoa izango balitz? **Denak erdira**

DATUAK

$r_{MERK} = R$

$r_{ART} = 2R$

$r_{LUR} = 3R$

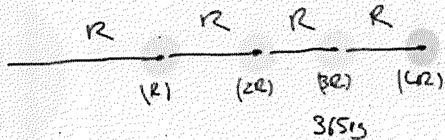
$r_{MART} = 4R$

$T_{LUR} = 365$ egun

(a) KEPLERREN 3. LEGEA $\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$

$$T_A = T_L \left(\frac{2R}{3R}\right)^{3/2} = 198,68 \text{ egun} = T_{artizarra}$$

$$T_{MART} = T_L \left(\frac{4R}{3R}\right)^{3/2} = 561,95 \text{ egun} = T_{marte}$$



07 uztaila

Lehenengo hurbilketa batean, Eguzki-sistemako lehenengo lau planetek Eguzkiraino dituzten distantzien arteko erlazioak oso errazak dita. Orbita hauek zirkulartzat hartuz, eta R bada Merkurioren orbitaren erradioa, beste hiru planeten erradioak hurrengoak dira: Artizarrarena, 2R; Lurrarena, 3R, eta Marterena, 4R. Planeten higidurarako Keplerren hirugarren legeak halaxe dio: Eguzkiaren inguruko orbitan dabilen planeta baten periodoaren berbidura eta orbita horren erradioaren kuboa elkarren proportzionalak dira, $T^2 = E R^3$ Lurraren periodoa ezagutzen badugu, kalkulatu:

a) beste planeten periodoak (egun lurtarretan) **70,24 egun; 198,14; 561,95**
b) proprotzionaltasun konstantea, E, **1,022 x 10^{-9} s²/m³**
c) nola aldatuko lirateke periodo hauek Eguzkiaren masa 4 aldiz handiagoa izango balitz? **Denak erdira**

DATUAK

$r_{MERK} = R$

$r_{ART} = 2R$

$r_{LURR} = 3R$

$r_{MART} = 4R$

$T_{LURR} = 365$ egun

R R R R

(R) (2R) (3R) (4R)

365 eg

(b) BIRAKETA PERIODOA

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$T^2 = E r^3 \rightarrow E = \frac{T^2}{r^3} \qquad E = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$E = \frac{4 (3,14)^2}{6,67 \times 10^{-11} \cdot 1,99 \times 10^{30}} = 0,95 \times 10^{-19} \frac{s^2}{m^3} = E$$

TXARTO DAGO, 2,97 x 10^{-19} da

07 uztaila

Lehenengo hurbilketa batean, Eguzki-sistemako lehenengo lau planetek Eguzkiraino dituzten distantzien arteko erlazioak oso errazak dita. Orbita hauek zirkulartzat hartuz, eta R bada Merkurioren orbitaren erradioa, beste hiru planeten erradioak hurrengoak dira: Artizarrarena, 2R; Lurrarena, 3R, eta Marterena, 4R. Planeten higidurarako Keplerren hirugarren legeak halaxe dio: Eguzkiaren inguruko orbitan dabilen planeta baten periodoaren berbidura eta orbita horren erradioaren kuboa elkarren proportzionalak dira, $T^2 = E\,R^3$ Lurraren periodoa ezagutzen badugu, kalkulatu:

a) beste planeten periodoak (egun lurtarretan) **70,24 egun; 198,14; 561,95**

b) proprotzionaltasun konstantea, *E*, **1,022 x 10^{-9} s²/m³**

c) nola aldatuko lirateke periodo hauek Eguzkiaren masa 4 aldiz handiagoa izango balitz? **Denak erdira**

DATUAK

$r_{MERK} = R$

$r_{ART} = 2R$

$r_{LURR} = 3R$

$r_{MART} = 4R$

$T_{LURR} = 365$ egun

(b) BIRAKETA PERIODOA

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

$$T^* = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G\,4M}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \frac{1}{2}T$$

